

ΚΩΔΙΚΟΠΟΙΗΣΗ
ΦΥΛΛΑΔΙΟ ΑΣΚΗΣΕΩΝ #4

ΘΕΟΔΟΥΛΟΣ ΓΑΡΕΦΑΛΛΑΚΗΣ

- (1) Έστω C ένας κυκλικός κώδικας πάνω από το \mathbb{F}_2 με μήκος $n \geq 3$ και πρωτεύοντα γεννήτορα το $g(X)$, όπου n είναι ο ελάχιστος φυσικός τέτοιος ώστε το $g(X)$ διαιρεί το $X^n - 1$. Δείξτε ότι η ελάχιστη απόσταση του C είναι τουλάχιστον 3.
- (2) (α') Κατασκευάστε έναν narrow sense BCH κώδικα πάνω από το \mathbb{F}_2 μήκους 7, με απόσταση σχεδίασης $\delta = 4$. Υπολογίστε τις παραμέτρους του κώδικα σας. Πόσα λάθη διορθώνει; Πόσα λάθη ανιχνεύει; Είναι MDS;
(β') Κατασκευάστε ένα κώδικα Reed-Solomon πάνω από το \mathbb{F}_8 με απόσταση σχεδίασης $\delta = 4$. Υπολογίστε τις παραμέτρους του κώδικα σας. Πόσα λάθη διορθώνει; Πόσα λάθη ανιχνεύει;
(γ') Ποιός από τους δύο παραπάνω κώδικες πιστεύετε ότι είναι καλύτερος και γιατί;
- (3) Δείξτε ότι ο κώδικας $\text{Ham}(m, 2)$ είναι ένας narrow sense BCH κώδικας πάνω από το \mathbb{F}_2 .
Υπόδειξη: Κατασκευάστε ένα narrow sense BCH κώδικα πάνω από το \mathbb{F}_2 με $\delta = 3$. Ελέγχοντας τον πίνακα ελέγχου (τις διαστάσεις του) συμπεράνετε ότι οι στήλες του περιλαμβάνουν όλα τα μη μηδενικά διανύσματα κατάλληλου μήκους.
- (4) (α') Υπολογίστε όλα τα μονικά ανάγωγα πολυώνυμα βαθμών 1 και 2 στο $\mathbb{F}_3[X]$.
(β') Πόσοι κυκλικοί κώδικες μήκους 8 υπάρχουν πάνω από το \mathbb{F}_3 ;
(γ') Έστω α μια ρίζα του πολυωνύμου $X^2 + X + 2$. Δείξτε ότι το α γεννά την πολλαπλασιαστική ομάδα \mathbb{F}_9^* . Περιγράψτε τις παραμέτρους του narrow-sense BCH κώδικα πάνω από το \mathbb{F}_3 , μήκους 8 και με απόσταση σχεδίασης $\delta = 3$. (Υπόδειξη: εξετάστε και τον κώδικα με απόσταση σχεδίασης $\delta = 4$, καθώς και το γεννήτορα).